الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية | الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي | (دورة جوان 2005)

الشعبة :تكنولوجيا | المدة : 03 ساعات

اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (04 نقاط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة م المعادلة (*)ذات المجهول ص :

ت العدد المركب الذي طويلته 1 و $\frac{\pi}{2}$ عمدة له .

ص^3 + 3 ت ص^2 – 7 ص + α = 0 ----------------(*) حيث α ∋ م

1) عين العدد المركب α بحيث يكون (– ت) حلاً للمعادلة (*)

2) حل في المجموعة م المعادلة (*) من أجل α = – 5 ت

3) استنتج مما سبق حلول المعادلة : $\overline{ص}^3$ + 3 ت $\overline{ص}^2$ – 7 $\overline{ص}$ – 5 ت = 0

حيث $\overline{ص}$ هو مرافق ص في م

4) المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس (م ، $\overrightarrow{و}$ ، $\overrightarrow{ي}$) تعطى النقط أ ، ب ، جـ التي لواحقها على الترتيب (–ت) ، (– 2 – ت) ، (2 – ت) .

ع = – 3 معادلة للمستقيم (Δ)، و ليكن (δ) القطع المكافئ الذي بؤرته النقطة أ و دليله المستقيم (Δ)

. بين أن (δ) يشمل النقطتين ب ، جـ و حدد ذروته.

. ارسم (δ) في المعلم السابق

التمرين الثاني :(04نقاط)

لتكن المتتالية العددية (ى$_ن$) $_{ن ∋ ط}$ المعرفة بحدها الأول ى$_0$ و بالعلاقة التالية:

∀ ن ∋ ط : ى$_{ن+1}$ = أ ى$_ن$ + ب حيث أ ∋ ح – {1} ، ب ∋ ح*

1) عين ى$_0$ حتى تكون (ى$_ن$) ثابتة

2) نفرض ى$_0$ ≠ $\frac{ب}{1-أ}$ و نعرف المتتالية (ح$_ن$) $_{ن ∋ ط}$ بالعلاقة التالية :

∀ ن ∋ ط : ح$_ن$ = أ ى$_ن$ + $\frac{أ ب}{1 - أ}$

بين أن (ح$_ن$) $_{ن ∋ ط}$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول بدلالة أ ، ب ، ى$_0$.

3) من اجل (أ ، ب ، ى$_0$) = ($\frac{1}{2}$ ، −2 ، 0)

α) أحسب ح$_ن$ بدلالة ن ثم استنتج ى$_ن$ بدلالة ن

β) احسب بدلالة ن المجموعين التاليين :

مج$_ن$ = ح$_0$ + ح$_1$ + ح$_2$ + ---------- + ح$_ن$

مجَ$_ن$ = ى$_0$ + ى$_1$ + ى$_2$ + ---------- + ى$_ن$

δ) احسب نهاية مج$_ن$ ثم نهاية مجَ$_ن$

المسألة : (12 نقطة)

تا الدالة العددية للمتغير الحقيقي س و المعرفة كما يلي :

تا (س) = لو($هـ^{س}$ − 1) " لو" يرمز إلى اللوغاريتم النيبيري "هـ" أساس اللوغاريتم النيبيري) ، ($δ_1$) المنحنى البياني للدالة تا في المستوى (π) المنسوب إلى معلم متعامد متجانس (م ، $\vec{و}$ ، $\vec{ى}$)

I) 1) أدرس تغيرات الدالة تا

2) بين أنه من اجل كل عدد حقيقي س من مجموعة تعريف الدالة تا فان

تا(س) = س + لو(1 − $هـ^{-س}$)

3) أدرس الفروع اللانهائية واكتب معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى ($δ_1$) .

4) حدد وضعية المنحنى ($δ_1$) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل .

5) ارسم المنحنى ($δ_1$)

II) 1) بين أن الدالة تا تقابل من المجال]0 ، +∞ [نحو مجال يطلب تعيينه

2) نرمز بالرمز لا للدالة العكسية للدالة تا . أرسم المنحنى البياني للدالة لا .

3) أوجد العبارة لا(س) ثم أحسب لاَ(س) ، لاً(س)

III) لتكن عا الدالة العددية للمتغير الحقيقي س و المعرفة كما يلي :

عا(س) = $\frac{1}{2}$ لاً(0) .س^2 + لاَ(0).س + لا(0) − لا(س)

1) بيّن أن عاَ(س) = $\frac{1}{4}$ س + $\frac{1}{2}$ − $\frac{هـ^{س}}{هـ^{س}+1}$

2) أدرس تغيرات الدالة عاَ على المجال [0 ، 1] و استنتج إشارة عاَ(س)

3) استنتج مما سبق تغيرات الدالة عا على المجال [0 ، 1]

4) بين أنه $\forall$ س $\in$ [1،0] فإن $0 \geq$ عا(س) $\geq 5 \times 10^{-3}$ واستنتج حصرا إلى 10^{-3} بالتقريب للعدد

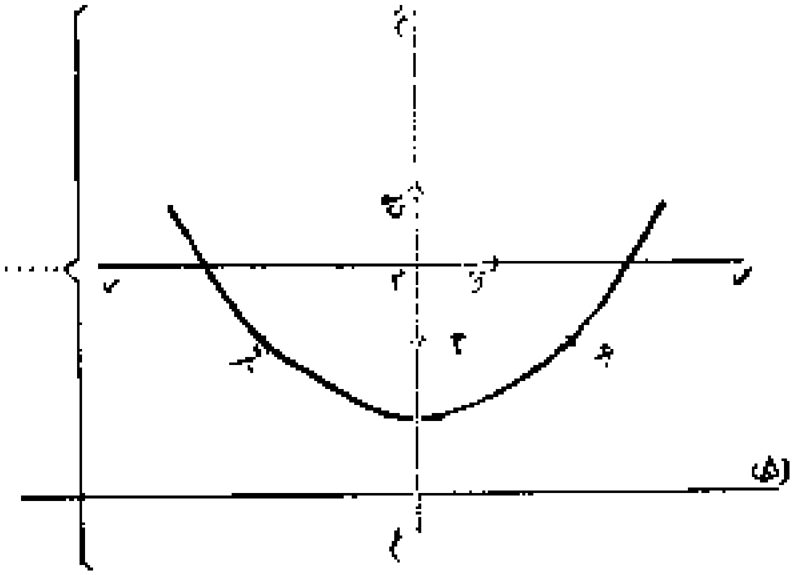
$\int_{0}^{1}$ لا(س) تفا س .

IV) لتكن ما الدالة العددية للمتغير الحقيقي س و المعرفة كما يلي :

ما(س) = 1 + لو (هـ$^{س-1}$ − 1) ، (δ_2) المنحنى البياني لها في المستوى (π)

1) عين التحويل النقطي ل بحيث : ل $((\delta_1))$ = (δ_2)

2) أنشئ (δ_2) دون دراسة الدالة ما .

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة	
		مجزأة	المجموع
	حل التمرين الأول:		
الأعداد المركبة	1) (– ت) حل للمعادلة (*) ⟺ ((– ت)^{3} +3 ت (– ت)^{2} – 7 (– ت) + α = 0)	0,25	
	ومنه α = – 5 ت ………………………………	0,25	
	2) ص^{3} + 3 ت ص^{2} – 7 ص – 5 ت = (ص + ت)(ص^{2} + 2 ت ص – 5) …	1	
	ومنه نجد حلول المعادلة (*) هي – ت، 2 – ت، – 2 – ت ……………	0,75	
	3) نضع $\overline{ص}$ = صومنحصل علي المعادلة (*) ومنه ص = $\overline{صه}$ وبالتالي حلول المعادلة $\overline{ص}^{3}$ + 3 ت $\overline{ص}^{2}$ – 7 ت $\overline{ص}$ – 5 ت = 0 هي ت، 2 + ت، – 2 + ت …	0,75	4
القطوع المخروطية	4) بعد ب عن (Δ) = ب أ ومنه ب ∈ (γ) ………………………	0,25	
	بعد جـ عن (Δ) = جـ أ ومنه جـ ∈ (γ)………………………	0,25	
	الذروة هي منتصف [أ هـ] حيث هـ هي المسقط العمودي للنقطة أ على (Δ) وبالتالي ذ (0 ، –2) ………………………………	0,25	
	 ……	0,25	
	حل التمرين الثاني:		
المتتاليات	1) ((ى$_{ن}$) متتالية ثابتة) ⟺ (∀ ن ∈ ط: ى$_{ن+1}$ = ى$_{ن}$) ………………	0,25	
	⟺ (ى$_{0}$ = أ ى$_{0}$ + ب) ومنه ى$_{0}$ = ب / (1 – أ) …	0,25	
	2) ∀ ن ∈ ط: ح$_{ن+1}$ = أ ى$_{ن+1}$ + أ ب / (أ – 1) = أ (أ ى$_{ن}$ + ب) + أ ب / (أ – 1) = أ ح$_{ن}$ ………………………………	0,25	
	ومنه (ح$_{ن}$) متتالية هندسية …………………………	0,25	
	أساسها أ وحدها الأول هو ح$_{0}$ = أ ى$_{0}$ + أ ب / (أ – 1) …	2×0,25	4
	3) α) (أ، ب، ى$_{0}$) = (1/2 ، – 2، 0) (ح$_{ن}$) متتالية هندسية أساسها أ وحدها الأول ح$_{0}$ ⟸ ∀ ن ∈ ط: ح$_{ن}$ = 2 (1/2)^{ن}	0,5	
	∀ ن ∈ ط: ى$_{ن}$ = 2 ح$_{ن}$ – 4 = 4 [(1/2)^{ن} – 1] …………………	0,5	
	β) مجـ$_{ن}$ = ح$_{0}$ [1 – (1/2)$^{ن+1}$] / [1 – (1/2)] = 4 [1 – (1/2)$^{ن+1}$] …	0,5	

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة	
		مجزأة	المجموع

مجَن = (2ج$_0$ − 4) + (2ج$_1$ − 4) + ... + (2ج$_ن$ − 4)
= 2 مجن − 4(ن + 1)
= 4[1 − ن − (2/1)^ن] 0.5

γ) نهـا$_{ن \to +\infty}$ مجن = 4 ، نهـا$_{ن \to +\infty}$ مجَن = − ∞ 2×0.25

حل المسألة:

الدالة اللوغاريتمية و الدالة الأسية — 02

I) 1) (تا (س) معرفة) ⟺ (هـ^س − 1 > 0) 0.25

ومنه ف =] 0 ، + ∞ [.... 0.25

نهـا$_{س \to 0}$ تا (س) = − ∞ ، نهـا$_{س \to +\infty}$ تا (س) = + ∞ .... 2×0.25

∀ س∋ ف: تاَ(س) = هـ^س/ (هـ^س − 1) 0.5

∀ س∋ ف: تاَ(س) > 0 ومنه تا متزايدة على ف

جدول التغيرات 0.5

س	0	+ ∞
تاَ(س)	‖	+
تا(س)	‖ − ∞	↗ + ∞

الفروع اللانهائية

2) ∀ س∋ ف: تا(س) = لو هـ^س/ (1 − هـ$^{-س}$) = س + لو (1 − هـ$^{-س}$) ... 0.5

3) دراسة الفروع اللانهائية 0.25

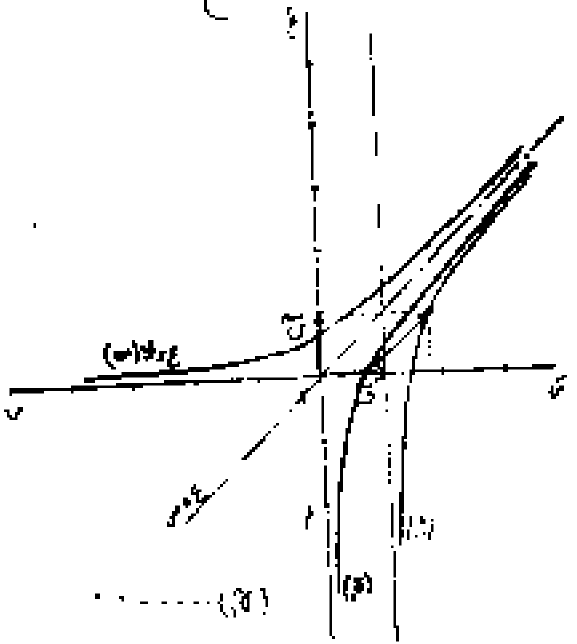
ع = س معادلة مستقيم مقارب 0.25

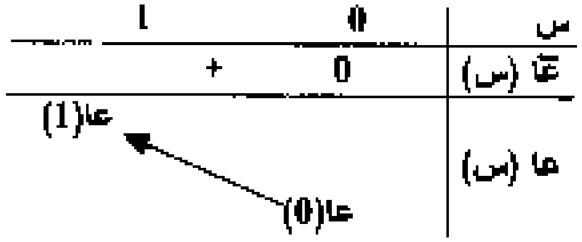
س = 0 معادلة مستقيم مقارب 0.25

4) ∀ س∋ ف: تا(س) − س = لو (1 − هـ$^{-س}$) < 0
إذن (γ$_1$) تحت المستقيم المقارب المائل 0.25

التمثيل البياني — 2.25

5) الرسم 0.75



محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
الدالة العكسية	II) 1) الدالة مستمرة ورتيبة تماما على] 0 ، + ∞ [وتأخذ قيمتها في ح فهي تقابل من] 0 ، + ∞ [نحو] − ∞ ، + ∞ [......	0,5	2.75
	2) المنحنى البياني للدالة لا هو نظير (γ1) بالنسبة للمستقيم الذي معادلته ع = س	0,25	
	رسم المنحنى البياني للدالة لا (انظر الشكل)	0,5	
	3) لا: ح ⟵] 0 ، + ∞ [س ⟵ لو (هـ^{س} + 1)	0,5	
المشتقات	∀ س∈ ح: لا'(س) = هـ^{س}/(هـ^{س} + 1) ، لا''(س) = هـ^{س}/(هـ^{س} + 1)^{2} ...	2×0,5	
التكاملات	III) 1) لا (0) = لو2 ، لا' (0) = 2/1 ، لا'' (0) = 4/1 ومنه عا (س) = (8/1) س^{2} + (2/1) س + لو2 − لا (س) ... ومنه ∀ س∈ ح: عا'(س) = (4/1) س + (2/1) − هـ^{س}/(هـ^{س} + 1)	0,75	03
	2) ∀ س ∈ [0 ، 1]: عا''(س) = (هـ^{س} − 1)^{2} / [4(هـ^{س} + 1)^{2}]	0,25	
	∀ س ∈ [0 ، 1]: عا''(س) ≥ 0	0,25	
	ومنه عا' متزايدة على المجال [0 ، 1] وتتزايد من عا' (0) إلى عا' (1). وبما أن عا' (0) = 0 نستنتج: ∀ س ∈ [0 ، 1]: عا' (س) ≥ 0	0,25	
	3) ......	0,25	
	4) من الجدول السابق نجد: ∀س∈ [0 ، 1]: عا (0) ≤ عا (س) ≤ عا (1) ...	0,25	
	و عا (0) = 0، عا (1) + (8/5) + لو2 − لو(هـ 1) < 5 × 10^{-3} وبالتالي ∀س∈ [0 ، 1]: 0 ≤ عا (س) ≤ 5 × 10^{-3} ...	0,25	
	ومنه 0 ≤ $\int_0^1$ عا (س) تفاس ≤ $\int_0^1$ 5 × 10^{-3} تفاس وبالتالي	0,25	
	− 5 × 10^{-3} + $\int_0^1$ [(8/1) س^{2} + (2/1) س + لو2] تفاس ≤ $\int_0^1$ لا (س) تفاس ≤ $\int_0^1$ [(8/1) س^{2} + (2/1) س + لو2] تفاس	0,25	
	ومنه 0,979 ≤ $\int_0^1$ لا (س) تفاس ≤ 0,985	0,25	
التحويلات النقطية	IV) 1) ل هو الانسحاب الذي شعاعه ش⃗ $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$	01	02
	2) إنشاء (γ2) (انظر الشكل)	01	