امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة جوان 2001

شعبة : علوم الطبيعة والحياة — المدة : 3 ساعات

اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (04 نقاط)

1) أ - ادرس حسب قيم العدد الطبيعي ن بواقي القسمة الإقليدية للعدد $3^{ن}$ على 10 .

ب - استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $63 \times 9^{2001} - 7^{1422}$ على 10.

2) أ - برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي ن يكون :

$$3ن \times 9^{ن} + 7^{2ن+1} \equiv (ن - 1)\, 3^{2ن+1} \quad [10]$$

ب - عيّن قيم العدد الطبيعي ن حتى يكون :

$$3ن \times 9^{ن} + 7^{2ن+1} \equiv 0 \quad [10].$$

التمرين الثاني : (04 نقاط)

ر عدد حقيقي موجب تماما و θ عدد حقيقي .

α عدد مركب طويلته ر و θ عمدة له .

1) أ - حل ، في مجموعة الأعداد المركبة م ، المعادلة ذات المجهول ص التالية :

$$ص^2 - \alpha ص + \alpha^2 = 0$$

(نرمز لحلي هذه المعادلة بـ : $ص_1$ ، $ص_2$)

ب - عبر بدلالة ر و θ على طويلتي $ص_1$ ، $ص_2$ و عمدتيهما .

2) ليكن العدد المركب ل حيث $ل = (\sqrt{6} - \sqrt{2}) - (\sqrt{6} + \sqrt{2})\, ت$

(ت هو العدد المركب الذي طويلته 1 و $\frac{\pi}{2}$ عمدة له)

أ - احسب $ل^2$ واكتبه على شكله المثلثي.

ب - استنتج الطويلة وعمدة للعدد المركب ل .

جـ - استنتج تجب $\frac{19\pi}{12}$ و جب $\frac{19\pi}{12}$.

المسألة(12 نقطة)

لتكن تا الدالة العددية للمتغير الحقيقي س حيث :

تا(س) = س + لو | هـ^س - 2 | .

(ى) المنحنى البياني الممثل للدالة تا في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (م ، و ، ى). (الوحدة 2 سنتيمتر)

I) 1 ـ أ ـ ادرس تغيرات الدالة تا .

ب ـ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي س من مجموعة تعريف الدالة تا ، يمكن كتابة تا(س) على الشكل :

تا(س) = 2 س + لو | 1 - 2 هـ^(-س) |

2 ـ أ ـ بيّن أن (ى) يقبل مستقيمين مقاربين(Δ) و (Δ') معادلتاهما على التوالي :

ع = س + لو 2 ، ع = 2س .

ب ـ عين نقاط تقاطع (ى) مع حامل محور الفواصل .

جـ ـ انشئ المنحنى (ى) .

3 ـ ليكن ها اقتصار الدالة تا على المجال] لو2 ، + ∞ [.

أ - بيّن أن ها تقبل دالة عكسية يطلب تعيين مجال تعريفها.

ب - نرمز بـ (ىَ) إلى المنحنى الممثل للدالة العكسية ها^(-1). عين نقطة تقاطع المنحنى (ىَ) مع المنحنى (ى) ، ثم انشئ (ىَ) في نفس المعلم السابق .

II - نعتبر التحويل النقطي ل للمستوى المركب في نفسه والذي يرفق كل نقطة ن لاحقتها ص بالنقطة نَ ذات اللاحقة صَ بحيث :صَ = ($\frac{1}{2}$ - $\frac{1}{2}$ ت) ص

1 ـ عين طبيعة التحويل ل وحدد عناصره المميزة .

2 ـ نضع ص = س + ت ع و صَ = سَ + ت عَ

عبر عن سَ و عَ بدلالة س وع .

3 ـ بيّن أن صورة المنحنى الممثل للدالة ها وفق التحويل ل هو المنحنى الذي معادلته :

سَ = عَ + لو (هـ^(2عَ) + 2) .

تكتب الإجابة النموذجية على هذه الورقة ولا تقبل سواها

الإجابة النموذجية لموضوع مقترح لبكالوريا دورة : ....

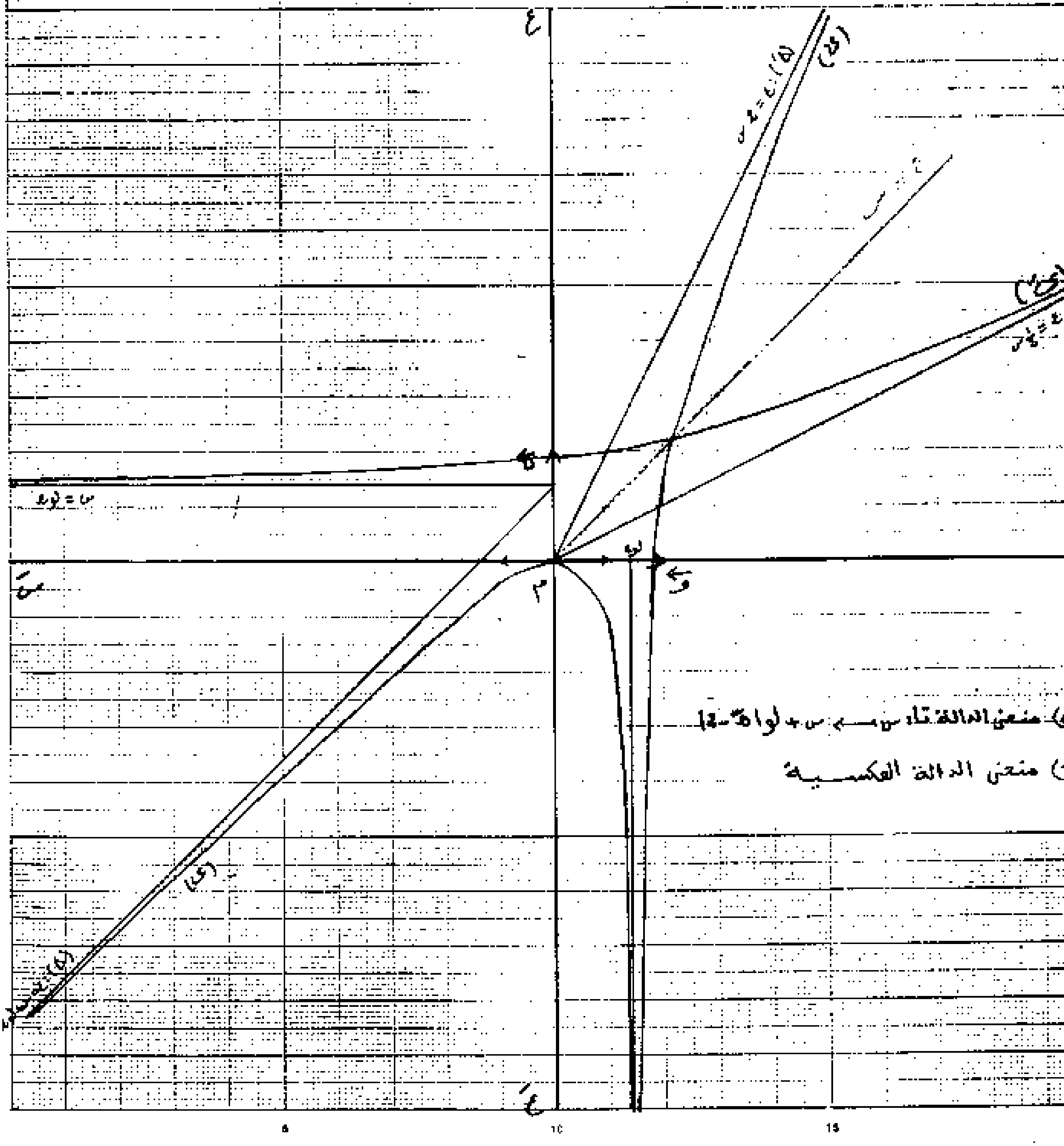
إختبار مادة : الرياضيات الشعبة : علوم الطبيعة والحياة المدة : 3 ساعات

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة: مجزأة	العلامة: المجموع
	10		
الموافقات في المجموعة ط	**التمرين الأول : (4 نقط)**		4
	① بواقي قسمة $3^{ن}$ على 10 حسب قيم ن. $\forall$ ك $\in$ ط: $3^{4ك} \equiv 1 [10]$ ، $3^{4ك+1} \equiv 3 [10]$		
	$3^{4ك+2} \equiv 9 [10]$ ، $3^{4ك+3} \equiv 7 [10]$	1	
	باقي قسمة العدد $63 \times 9^{2009} - 7^{1432}$ على 10 هو 8	1	
	② إثبات أن: $\forall$ ن $\in$ ط ، $3ن \cdot 9^{ن} + 7^{4ن+2} \equiv (ن-1) \cdot 3^{4ن+1} [10]$	1	
	الأعداد الطبيعية ن التي تحقق $3ن \cdot 9^{ن} + 7^{4ن+2} \equiv 0 [10]$ هي الأعداد التي تكتب على الشكل $(10ك+1)$ حيث ك $\in$ ط.	1	
الأعداد المركبة	**التمرين الثاني (4 نقط)**		4
	① حل المعادلة : $\Delta = (ت\sqrt{3}\,\alpha)^2$ ، الجذران التربيعيان لـ Δ .	0,25×2	
	$ص_1 = \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}ت\right)\alpha$ ، $ص_2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}ت\right)\alpha$	0,25×2	
	$ص_1 = \left[ر ، \theta - \frac{\pi}{3}\right]$ ، $ص_2 = \left[ر ، \theta + \frac{\pi}{3}\right]$.	0,5×2	
	② حساب $ل^2$ وكتابته على شكله المثلثي		
	$ل^2 = -8\sqrt{3} - 8ت$.	0,5	
	$ل^2 = 16\left(جتا\frac{7\pi}{6} + ت\,جا\frac{7\pi}{6}\right)$.	0,5	
	$ل = \left[4 ، \frac{19\pi}{12}\right]$.	0,5	
	$جتا\frac{19\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ ، $جا\frac{19\pi}{12} = \frac{-\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$.	0,25×2	
التحليل + التحويلات النقطية	**المسألة (12 نقطة)**		4,25
	I) -1- دراسة تغيرات الدالة تا .		
	ⓐ تا معرفة ومستمرة وقابلة للاشتقاق على كل من المجالين		
	]$-\infty$ ، لو2[∪]لو2 ، $+\infty$[........................	0,5	
	حساب النهايات	0,25×4	
	عبارة الدالة المشتقة، $\forall$ س $\in$ ح $-$ {لو2} : $تا'(س) = \frac{2(هـ^{س}-1)}{هـ^{س}-2}$	1	
	إشارة $تا'(س)$ على ح $-$ {لو2}	0,75	
	جدول التغيرات	0,5	
	ⓑ كتابة تا(س) على الشكل تا(س) = 2س + لو$\lvert 1 - 2هـ^{-س} \rvert$	0,5	
	-2- ⓐ- إثبات أن (ى) يقبل (Δ) و(Δ') مستقيمين مقاربين له	0,5×2	2,5
	ⓑ- (ى) ∩ (س'س) = {م(0،0) ، أ(لو(1+$\sqrt{2}$) ، 0)}	0,5	
	ⓒ- إنشاء المنحنى (ى) . (أنظر الشكل على الورق الميليمتري)	1	

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	مجزأة	المجموع
	11		
	3 ـ أ ـ حسب نتائج دراسة تغيرات الدالة نا نجد أن الإقتصار ه للدالة تا على المجال]لو2 ، +∞[هو دالة مستمرة ورتيبة تماما على هذا المجال وتأخذ قيمها في ح وبالتالي فهي تقبل دالة عكسية ه⁻¹ معرفة على ح .	0,5+0,5	2,25
	ب ـ نقطة تقاطع (ى) مع (ىَ) هي نقطة تقاطع (ى) مع المنصف الأول للمعلم أي هي حل للمعادلة تا(س) = س في المجال]لو2 ، +∞[. بعد الحل نجد النقطة ن (لو3 ، لو3) . إنشاء (ىَ)	0,75+0,5	
	II ـ 1 ـ العناصر المميزة للتحويل ل وطبيعته . ل هو تشابه مباشر مركزه مبدأ المعلم م ونسبته $\frac{\sqrt{2}}{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$	0,25 × 4	3
	2 ـ $\begin{cases} \text{سَ} = \frac{1}{2}\text{س} + \frac{1}{2}\text{ع} \\ \text{عَ} = -\frac{1}{2}\text{س} + \frac{1}{2}\text{ع} \end{cases}$	0,5	
	3 ـ إستخراج العبارة التحليلية للتحويل العكسي ل⁻¹ وهي $\begin{cases} \text{س} = \text{سَ} - \text{عَ} \\ \text{ع} = \text{سَ} + \text{عَ} \end{cases}$	0,75	
	التعويض في معادلة (ى) : ع = س + لو(هـ^س − 2) عن س وع بدلالة سَ وعَ يؤدي إلى المعادلة سَ = عَ + لو(هـ^{2عَ} + 2)	0,75	

إنتهى .

12



ع
ع'
س'
م
و
ى
ى'
ص = ٢ س
ص = س
ص = ½ س
س = لو ٢
ى) منحنى الدالة تا: س ← س + لو(١ - ٢س)
ى') منحنى الدالة العكسية
5
10
15