الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي (دورة جوان 2007)

الشعبة : تكنولوجيا — المدة : 03 ساعات

اختبار في مادة : الرياضيات

التمرين الأول: (4 نقاط)

1 – احسب $[(2+\sqrt{3}) - (1-2\sqrt{3})\text{ت}]^2$.

– حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة ذات المجهول ص:

$$\text{ص}^2 + [(2-\sqrt{3}) + (1+2\sqrt{3})\text{ت}]\text{ص} - 4\sqrt{3} - 4\text{ت} = 0.$$

حيث ت يرمز للعدد المركب الذي طويلته 1 و $\frac{\pi}{2}$ عمدة له.

2 – ليكن $\text{ص}_1 = -2 - 2\sqrt{3}\,\text{ت}$ ، $\text{ص}_2 = \sqrt{3} - \text{ت}$.

وليكن ل العدد المركب حيث $\text{ل} = \frac{\text{ص}_1}{\text{ص}_2}$

– أحسب الطويلة وعمدة للعدد المركب ل واكتبه على الشكل المثلثي .

3 – ن عدد صحيح.

عين مجموعة قيم ن بحيث يكون :

$$\frac{1}{\text{ل}^{\text{ن}}} + \frac{1}{\bar{\text{ل}}^{\text{ن}}} = \frac{1}{2^{\text{ن}-1}}$$ حيث ($\bar{\text{ل}}$ يرمز إلى مرافق ل)

التمرين الثاني: (4 نقاط)

$(\text{ح}_\text{ن})_{\text{ن}\in\text{ط}}$ متتالية عددية معرفة كما يلي:

$\text{ح}_0 = \frac{1}{4}$ و $\text{ح}_1 = \frac{1}{2}$ و $\forall$ ن $\in$ ط : $4\text{ح}_{\text{ن}+2} = 7\text{ح}_{\text{ن}+1} - 3\text{ح}_\text{ن}$.

$(\text{ي}_\text{ن})_{\text{ن}\in\text{ط}}$ متتالية عددية معرفة بالعلاقة : $\forall$ ن $\in$ ط : $\text{ي}_\text{ن} = \text{ح}_{\text{ن}+1} - \text{ح}_\text{ن}$.

1 – احسب ح_2 ، ي_0 .

2 – أثبت أنّ $(\text{ي}_\text{ن})_{\text{ن}\in\text{ط}}$ متتالية هندسية أساسها $\frac{3}{4}$.

3/ أحسب المجموع $\text{مج}_\text{ن}$ حيث : $\text{مج}_\text{ن} = \text{ي}_0 + \text{ي}_1 + \text{ي}_2 + \ldots\ldots + \text{ي}_{\text{ن}-1}$.

4/ عبّر عن $\text{ح}_\text{ن}$ بدلالة $\text{مج}_\text{ن}$ مستعينا بالعبارة: $\text{ي}_\text{ن} = \text{ح}_{\text{ن}+1} - \text{ح}_\text{ن}$.

ثم استنتج عبارة الحد العام $\text{ح}_\text{ن}$ بدلالة ن .

احسب نهاية $\text{ح}_\text{ن}$ لما يؤول ن إلى $+\infty$.

المسألة: (12 نقطة).

I − تا الدالة العددية للمتغير الحقيقي س والمعرفة كما يلي: $تا(س) = س + 1 - \frac{2هـ^{س}}{هـ^{س} - 1}$

و(ي) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس (م ، و ، ي)، وحدة الطول : 1 سم .

1. عين مجموعة تعريف الدالة تا وبين أن تا دالة فردية.
2. ادرس تغيرات الدالة تا.
3. بين أنّ المعادلة : تا(س) = 0 تقبل حلا وحيداً $س_0$ في المجال] 1 ، 2 [.
4. اثبت أن المنحنى (ي) يقبل مستقيمين مقاربين (ق) ، (قَ) معادلتاهما :
   ع = س + 1 ، ع = س − 1 على الترتيب.
5. ادرس وضعيّة (ي) بالنسبة لـ (ق) و بالنسبة لـ (قَ) .
6. ارسم كلا من (ق) و (قَ) و (ي).

II− لتكن ها اقتصار الدالة تا على المجال] 0 ، + ∞ [.

1. بين أنّ ها تقبل دالة عكسية $ها^{-1}$ يطلب تعيين مجموعة تعريفها .
2. ارسم في نفس المعلم السابق المنحنى (γ) الممثل للدالة $ها^{-1}$.
3. λ عدد حقيقي حيث (λ < −1) .

أ) احسب م(λ) مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (ي) والمستقيم (ق) والمستقيمين اللذين معادلتاهما: س = −1 ، س = λ .

ب) أحسب نهاية م(λ) عندما λ ⟵ − ∞ .

III− ليكن ل التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة ن(س ، ع) ذات اللاحقة ص النقطة نَ (سَ ، عَ) ذات اللاحقة صَ والمعرفة بالعبارة : صَ = (1 + ت) ص.

1. أثبت أنّ ل تشابه مباشر يطلب تعيين عناصره.
2. عبّر عن (س ، ع) احداثيي النقطة ن بدلالة (سَ ، عَ) إحداثيي النقطة نَ .
3. أثبت أنّ صورة المنحنى(ي) بواسطة ل هي المنحنى(يَ) الذي معادلته الديكارتية:
   $ع = - س + 2 لو \left(\frac{س+1}{س-1}\right)$.
4. استنتج إنشاء المنحنى (يَ) انطلاقا من المنحنى (ي) .